



VILNIUS^S
= yra mokykla

Vilnius fraktaluose

Pamokos medžiaga

Pamoką sukūrė **Ina Kovaliova** projektui
VILNIUS YRA MOKYKLA

Įvadas į fraktalus

Įsivaizduokite, kad paimate nedidelį žiedinio kopūsto gabalėlį.

Pažiūrėję pro padidinamąjį stiklą, pamatysite, kad jis atrodo labai panašus į visą kopūstą, tik mažesnis. Tai ir yra fraktalas!

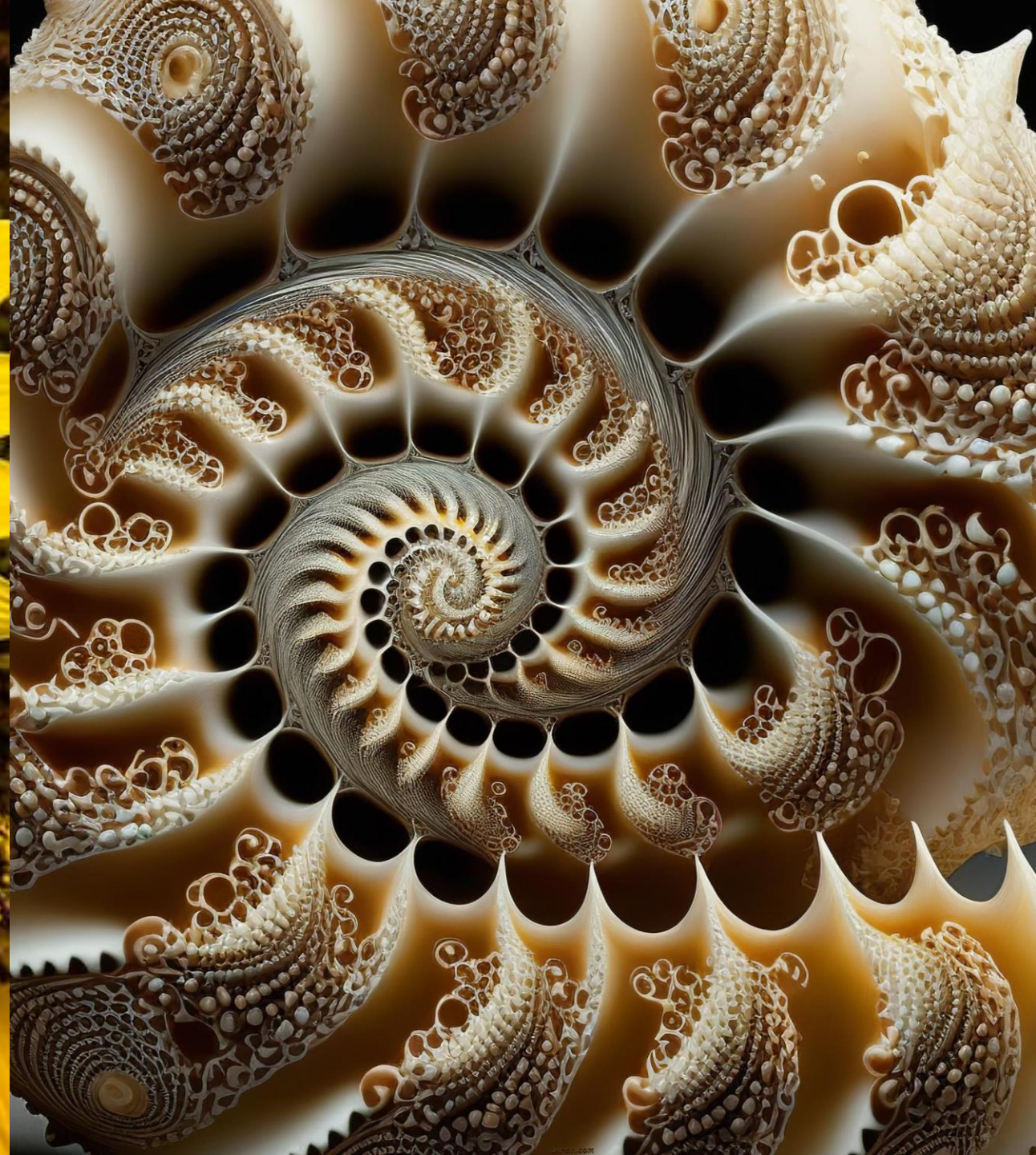


Fraktalas yra geometrinė figūra, kurią sudaro mažesnės tos pačios figūros kopijos. Tarsi be galo kartojamas savęs atvaizdas.

Šį reiškinį galime pastebėti ir kitose gamtos vietose:

- **Kriauklės:** Jei atidžiai apžiūrėsite kriauklės vidų, pamatysite spiralinius raštus, kurie kartojasi vis mažesnėmis kopijomis.
- **Lapai:** Daugelio medžių lapai turi sudėtingus kraštus, kurie taip pat pasižymi fraktaline struktūra.
- **Saulėgražos:** Saulėgražos sėklos išsidėsčiusios spiralėmis, kurios sudaro fraktalinį modelį.





Menininkai taip pat naudojasi fraktalais

M.C. Escheris: Šis olandų grafikas garsėja savo kūriniais, kuriuose vaizduoja begalinius laiptus, neįmanomus objektus ir kitas vizualines iliuzijas, kurios dažnai remiasi fraktaliniais principais.





Kodėl fraktalai yra tokie įdomūs?

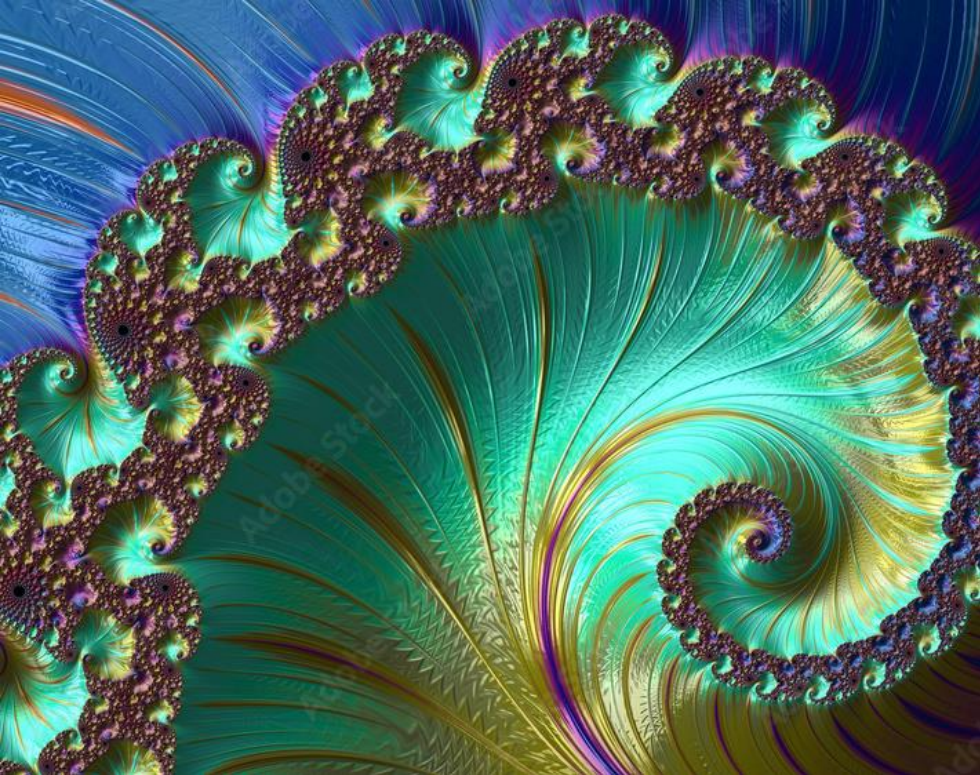
- **Gamta**
Fraktalai padeda mums suprasti, kaip veikia gamta ir kodėl kai kurie objektai atrodo taip, kaip atrodo.
- **Menas**
Fraktalai suteikia menininkams naujų įrankių kurti unikalias ir įspūdingas kompozicijas.
- **Mokslas**
Fraktalai naudojami įvairiose mokslo srityse, nuo matematikos iki fizikos.

Iš esmės, fraktalai yra tarsi begaliniai raštai, kurie kartojasi vis mažesniu mastu. Jie padeda mums pamatyti grožį ir tvarką net pačiuose smulkiausiuose gamtos ir meno elementuose.

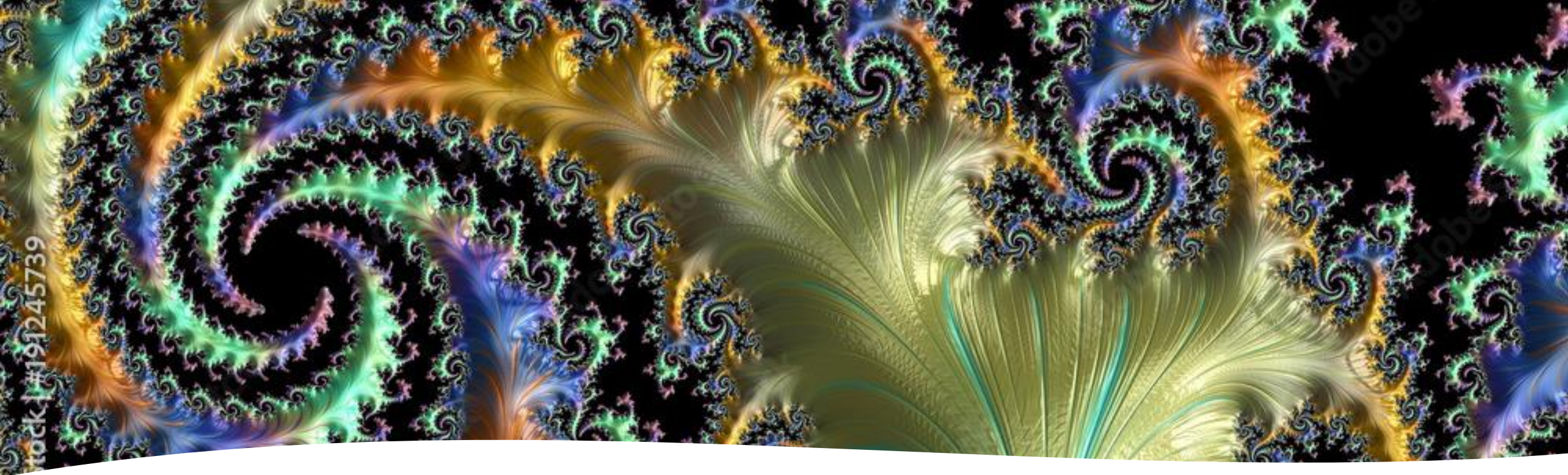




Kas gi tas
fraktalas yra?

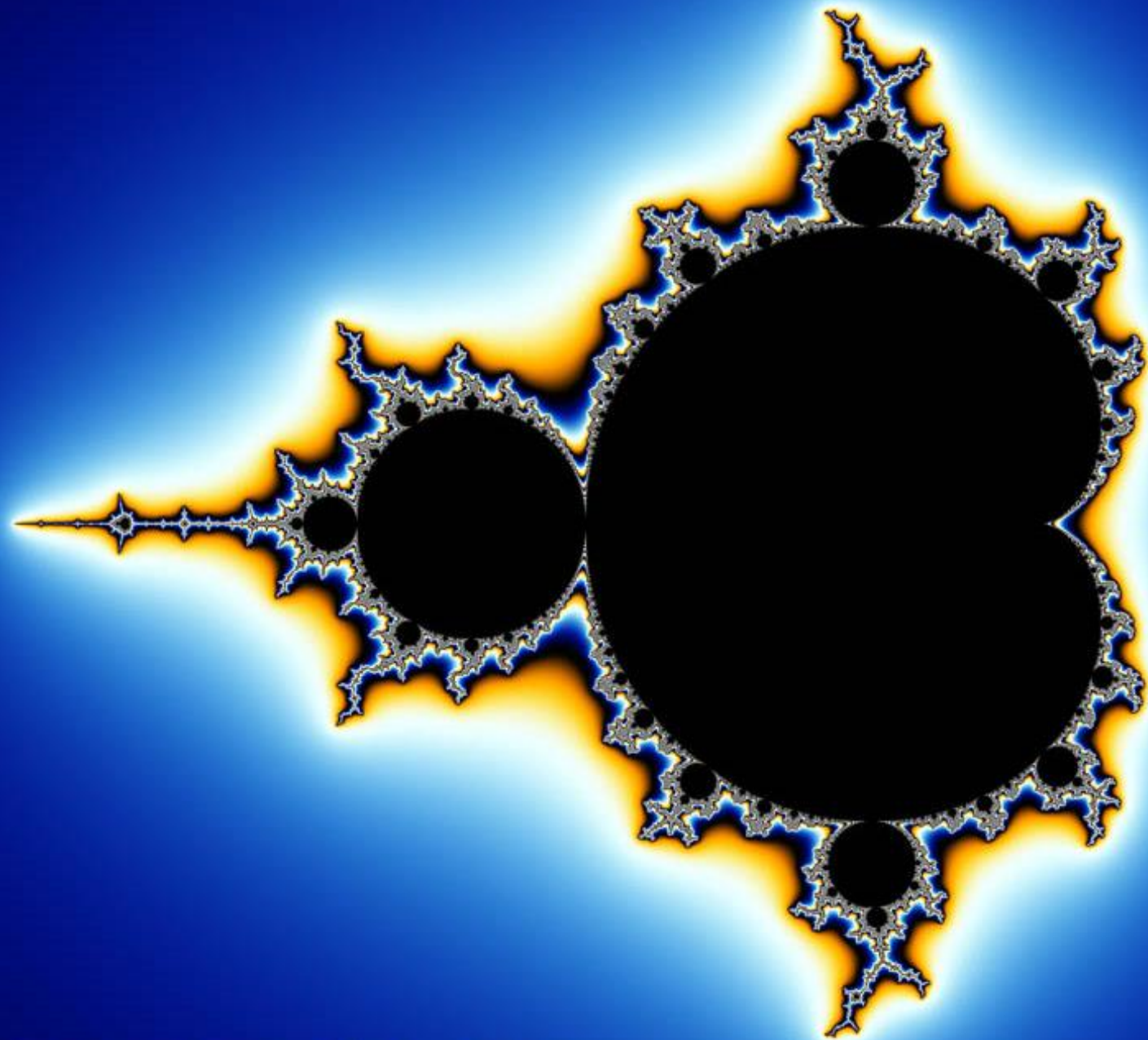


Fraktalas –
sudėtinis geometrini
s darinys, kurio
atskiri fragmentai
yra panašūs arba
identiškai visumai
arba kitiems
fragmentams.

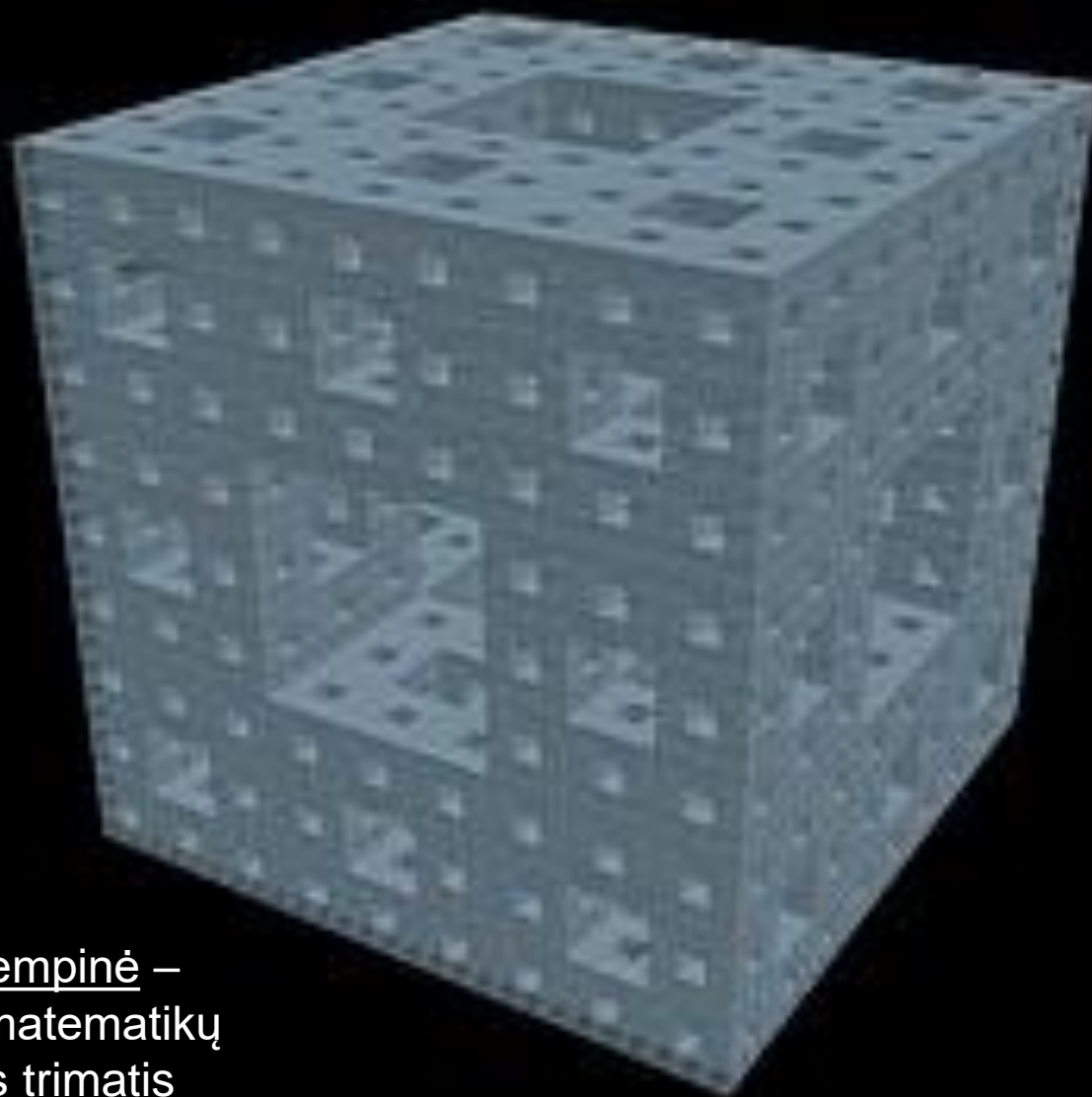


Pagrindinė fraktalų bendra savybė yra panašumas į save, t.y. išdidinta maža geometrinės struktūros dalis atrodo identiška didesnei daliai. Fraktalo geometrinės charakteristikos yra nepakankamai nuoseklios, dėl to negali būti nusakomos įprasta Euklidinės geometrijos kalba.

Matematiniai
aspektai



PHILLIP COLLA



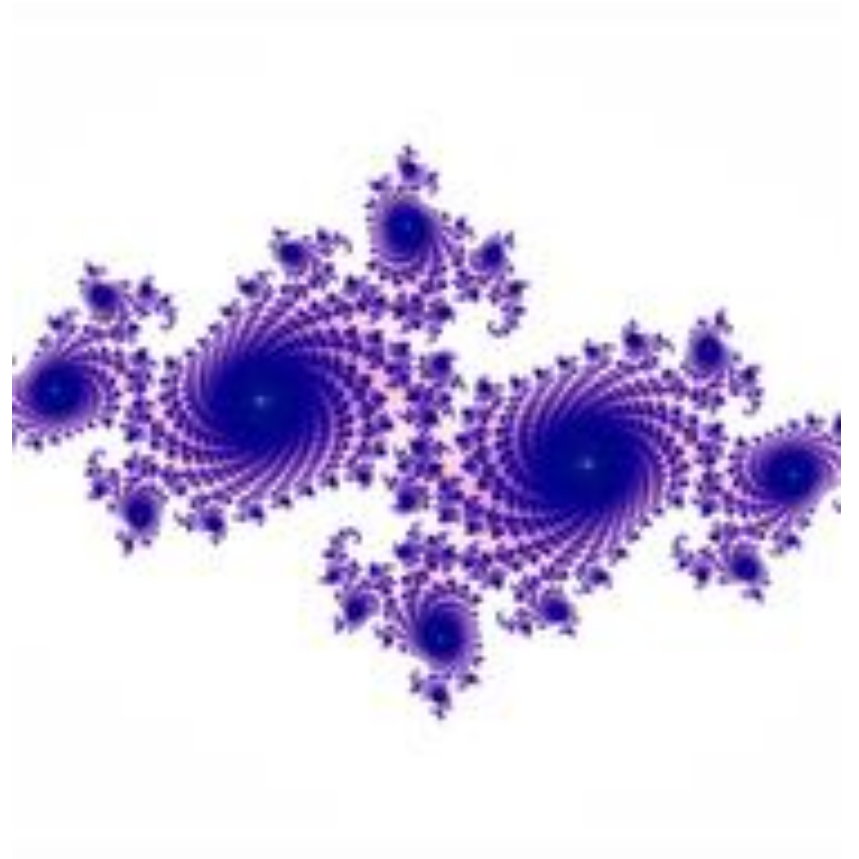
Menger kempinė –
pirmasis matematikų
nagrinėtas trimatis
fraktalas.

Prancūzų-Amerikiečių
matematikas Benua
Mandelbro 1975 m.
pastarojo reiškinių
apibūdinimui pritaikė
Lotynų kalbos
žodį fractus (liet.
suskaldytas). Fraktalinių
darinių savybių
tyrimas matematikoje iške-
lė naujus klausimus ir
sukūrė
vadinamąją matavimų
teoriją, susijusią su
objektų matavimu.

Julia aibės

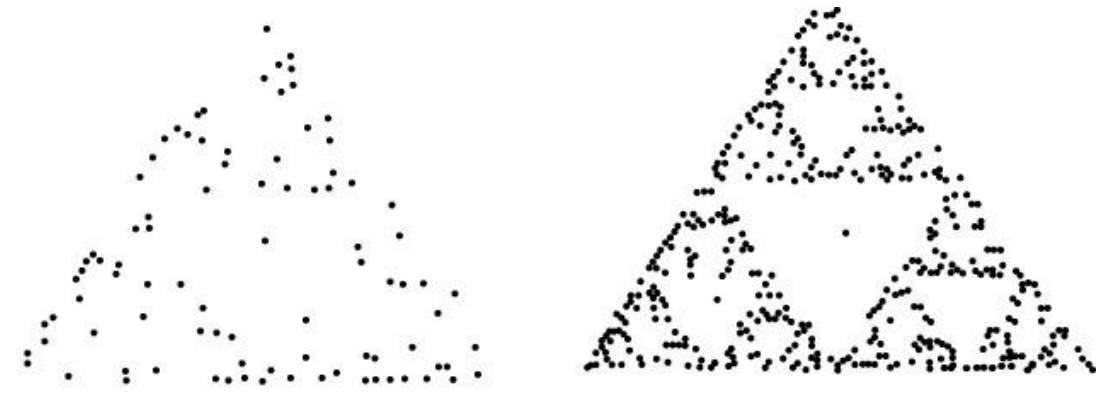
Šios aibės yra glaudžiai susijusios su Mandelbroto aibe ir leidžia tyrinėti, kaip nedideli parametru pokyčiai gali radikaliai pakeisti galutinį vaizdą.

Fraktalinis menas – algoritminio meno forma, kuriama apskaičiuojant fraktalinius objektus ir juos pateikiant kaip nejudrų vaizdą, animaciją arba daugialypės terpės (multimedijos) kūrinį. Fraktalinis menas ėmė plėtotis nuo XX a. IX dešimtmečio. Tai kompiuterinio ir skaitmeninio meno žanras, kuris yra naujojo daugialypės terpės meno dalis. Julia aibė ir Mandelbroto aibė gali būti laikomos fraktalinio meno klasikiniiais pavyzdžiais.



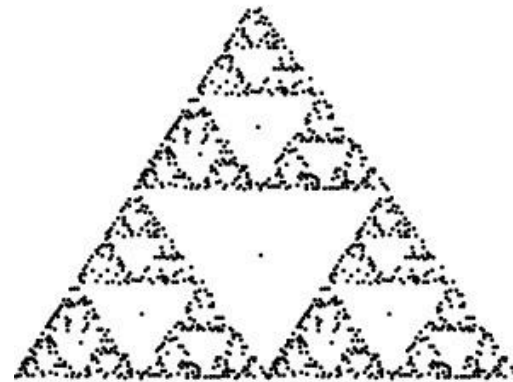
Fraktalų dimensija

Fraktalų geometrija - matematikos sritis, nagrinėjanti metodus ir priemones fraktalams sudaryti arba juos analizuoti. Dirbtiniai fraktalai sudaromi naudojant rekursinius algoritmus, kuriuos pagal kokią nors bendrą taisyklę (pvz., pagal Chaoso žaidimo taisyklę, kiekvieną kartą imamas dviejų atsitiktinai parinktų trikampių viršūnes jungiančios atkarpos vidurio taškas ir atvaizduojamas plokštumoje). Esamų dirbtinių ir natūralių objektų fraktališkumas nustatomas kuriant atvirkštinius (diagnostikos) algoritmus. Tiriamas objektas yra fraktališkas, jei jo dimensija (erdvės matmenų kiekis) nėra sveikasis skaičius.

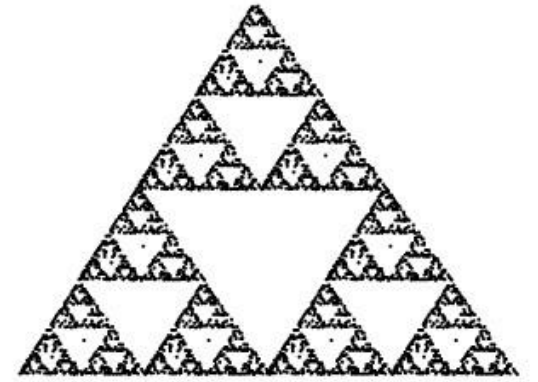


a

b



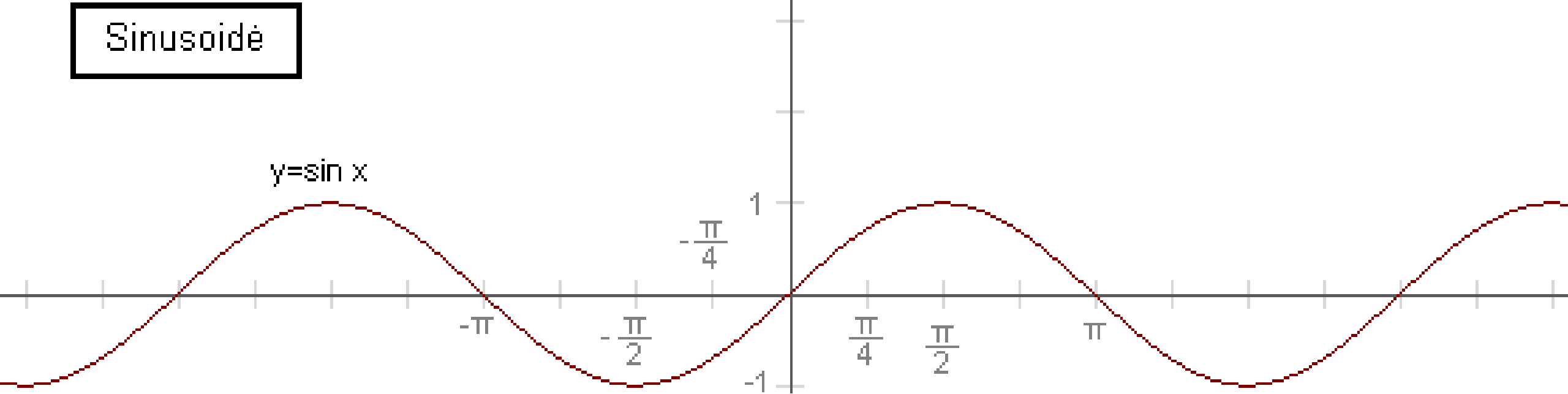
c



d

fraktalų geometrija pagal Chaoso žaidimo taisyklę: a – 50, b – 500, c – 5000, d – 5 mln. kartų

Sinusoidė



Iteracinės funkcijos

Fraktalų kūrimas remiasi iteracinėmis funkcijomis. Iteracinių funkcijų poveikis fraktalų formai.

Iteracija (lot. iteratio – kartojimas) – kartotinė matematinė operacija. Proceso kartojimas, skirtas rezultatų sekos generavimui (galimai nesusijusių). Kiekvienas proceso pakartojimas yra viena iteracija, o kiekvienos iteracijos rezultatas yra sekančios iteracijos pradžia.

Matematikoje arba informatikoje, iteracija (kartu su susijusiu veiksmu rekursija) yra standartinis algoritmų elementas.

Chaoso teorija

Fraktalai yra glaudžiai susiję su chaoso teorija: kaip mažos pradinės sąlygų pokyčiai gali sukelti didelius pokyčius sistemoje.

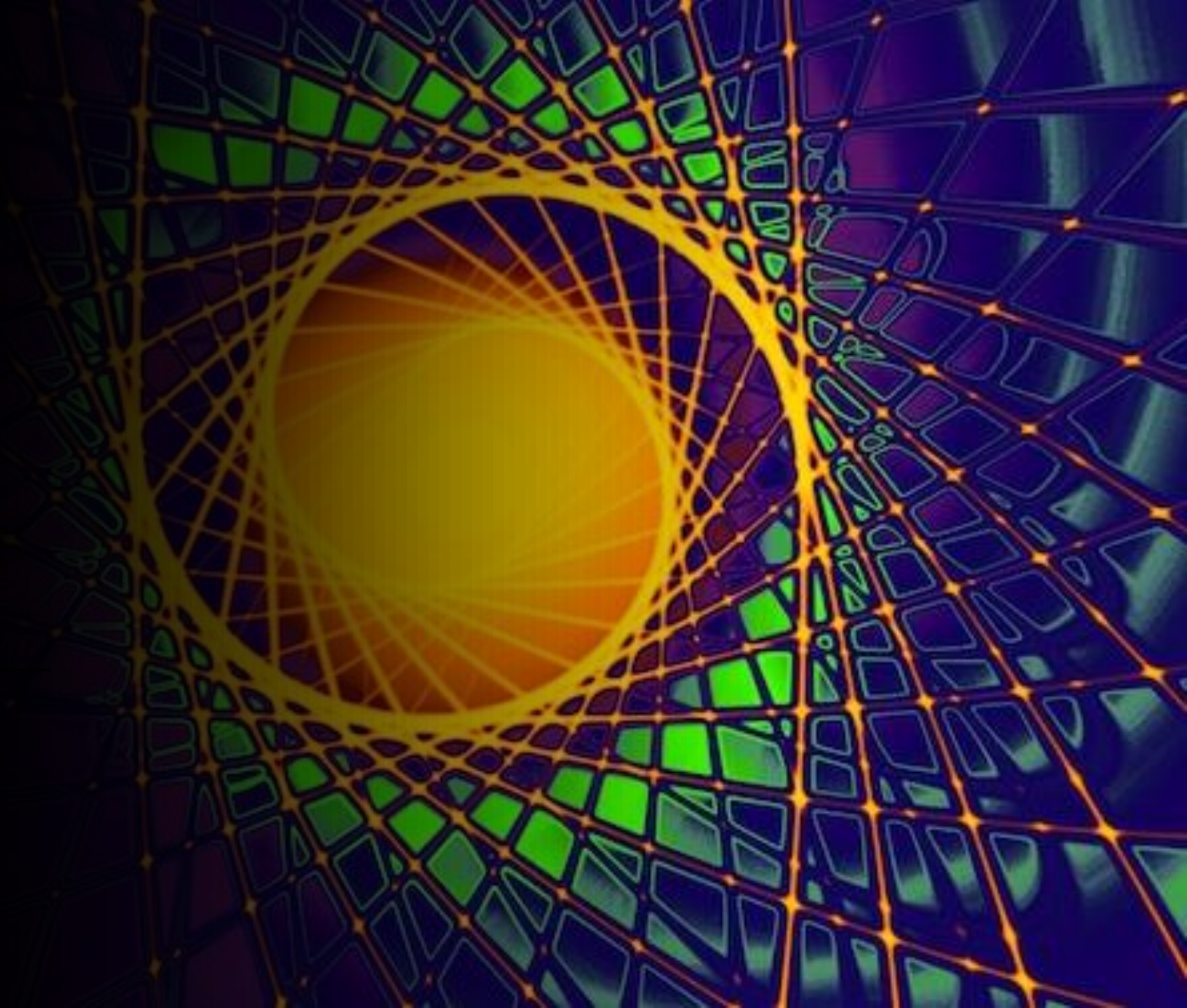
Chaoso teorija atskleidžia ne tik sudėtingų gamtos procesų matematinę struktūrą, bet ir netvarkos esmę kasdieniame gyvenime.

3 kūnų problema: fizikoje populiari problema, kurios tikslas yra aprašyti 3 (arba daugiau) kūnų, pvz., planetų, judėjimą, kai tarp kiekvieno iš jų veikia gravitacijos jėga.





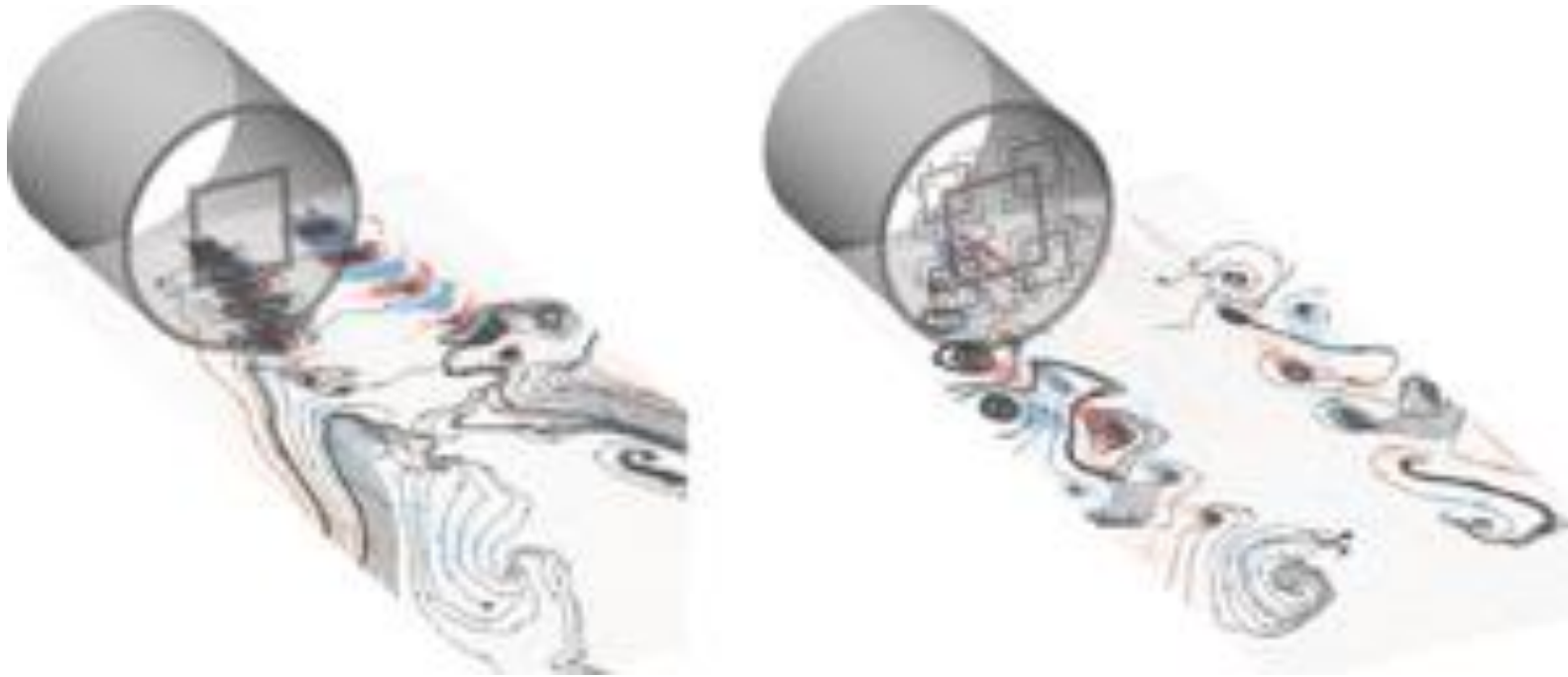
Fizikiniai aspektai



Gamta

Kaip fraktaliniai modeliai pasireiškia įvairiuose gamtos reiškiniuose, pavyzdžiui, debesyse, kalnuose, upių tinkluose. Kokie fizikiniai procesai lemia šių struktūrų susidarymą?



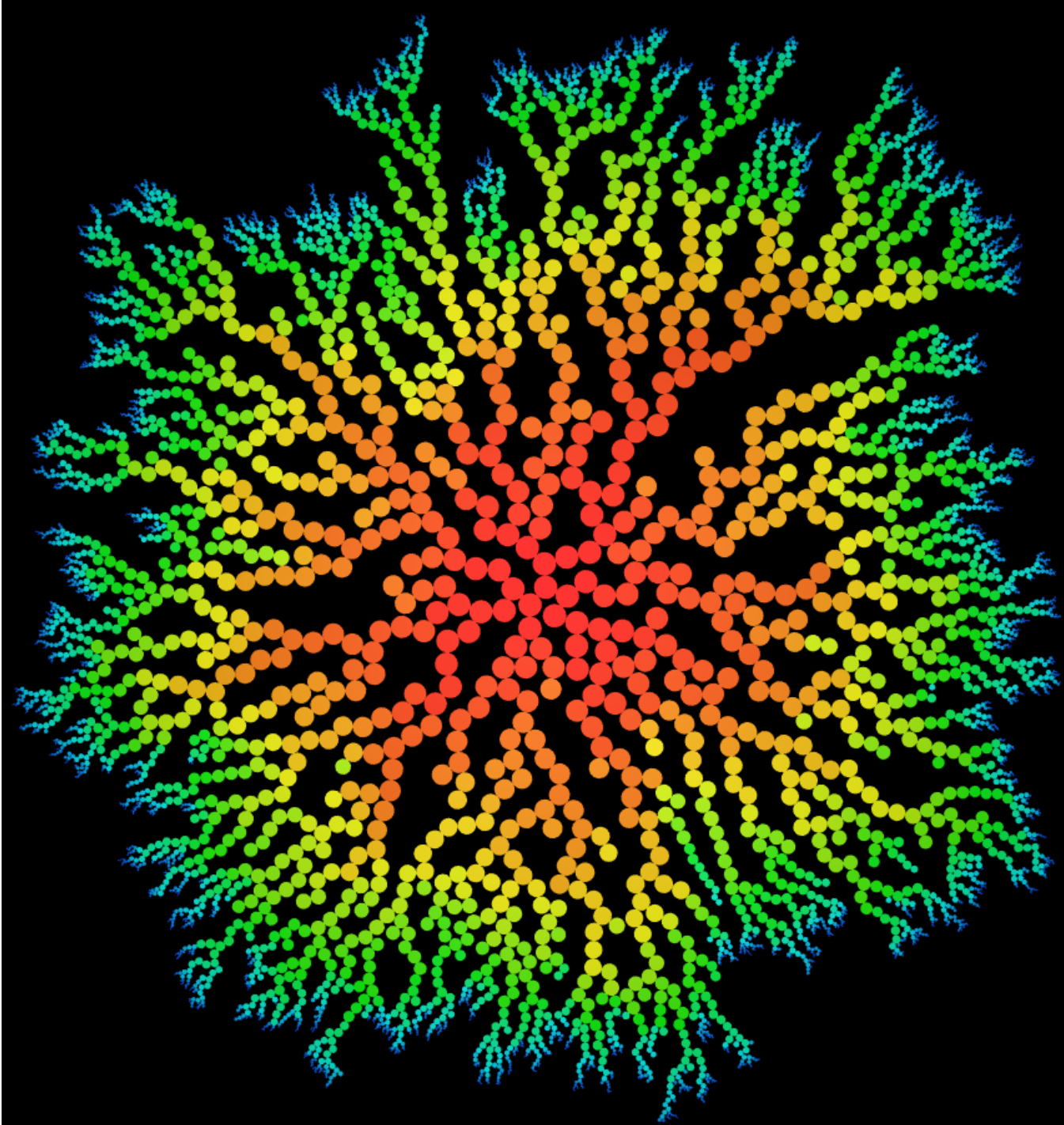


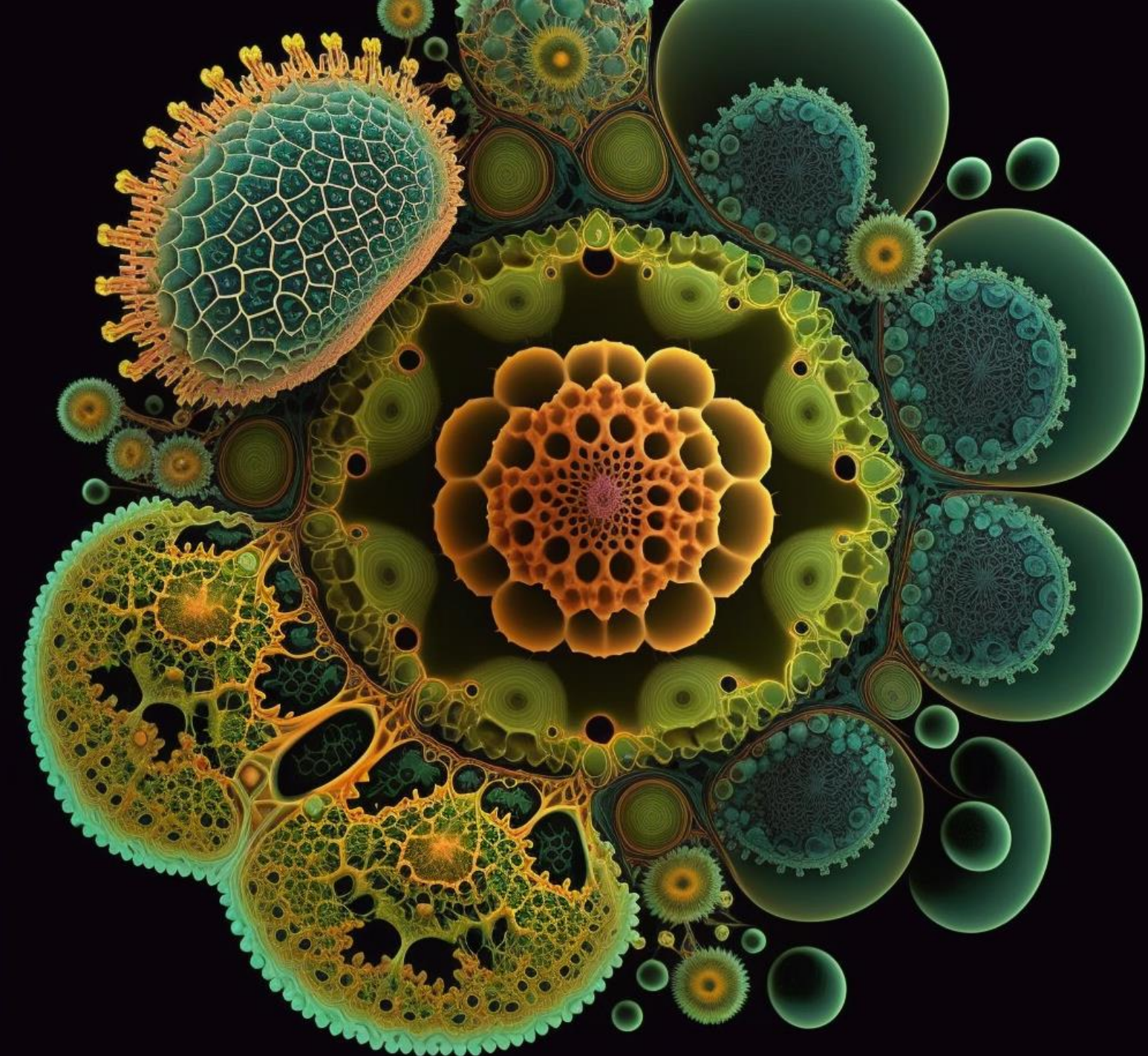
Turbulencija

Turbulencija yra sudėtingas reiškinys, kuris dažnai aprašomas naudojant fraktalus. Kaip fraktalai padeda suprasti turbulencijos mechanizmus?

Difuzija

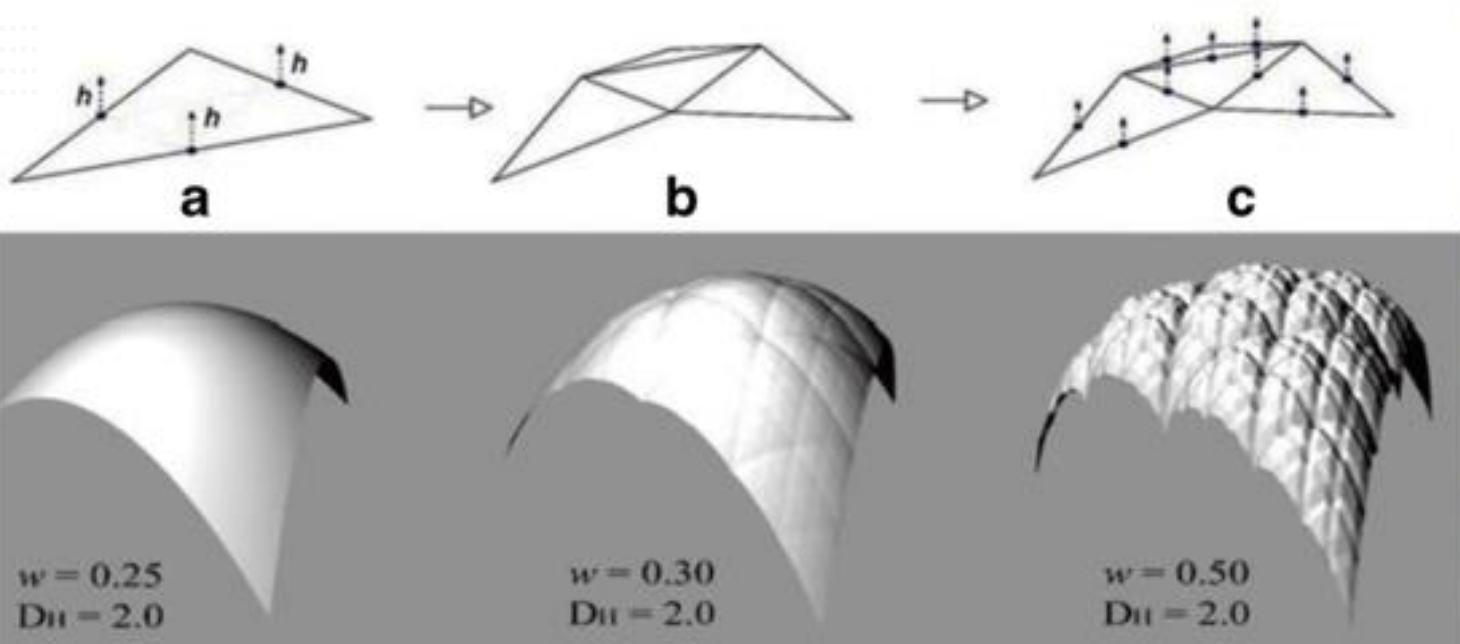
Difuzija yra procesas, kurio metu dalelės išsisklaido aplinkoje. Fraktaliniai modeliai gali būti naudojami aprašyti difuzijos procesus porėtose medžiagose.





Augimas

Daugelis augalų
ir gyvūnų auga
pagal
fraktalinius
modelius. Kokie
biologiniai
procesai lemia
šį augimą?



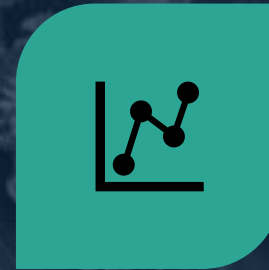
PRAKTINIAI UŽDAVINIAI



PROGRAMAVIMAS: MOKINIAI GALI KURTI SAVO FRAKTALŲ GENERAVIMO PROGRAMAS NAUDOJANT PYTHON, JAVA AR KITAS PROGRAMAVIMO KALBAS.



MODELIAVIMAS: GALIMA NAUDOTI KOMPIUTERINES PROGRAMAS, TOKIAS KAIP MATHEMATICA AR MATLAB, KAD VIZUALIZUOTI ĮVAIRIUS FRAKTALUS IR TIRTI JŲ SAVYBES.



TYRIMAI: MOKINIAI GALI ATLIKTI SAVARANKIŠKUS TYRIMUS APIE FRAKTALUS IR JŲ TAIKYMĄ ĮVAIRIOSE MOKSLO SRITYSE.



PRISTATYMAI: MOKINIAI GALI PARENGTI PRISTATYMUS APIE SAVO TYRIMUS IR DALINTIS SAVO IŠVADOMIS SU KITAIŠ.



Vilnius kaip fraktalas

Vilniaus miesto struktūra

Gatvių tinklas

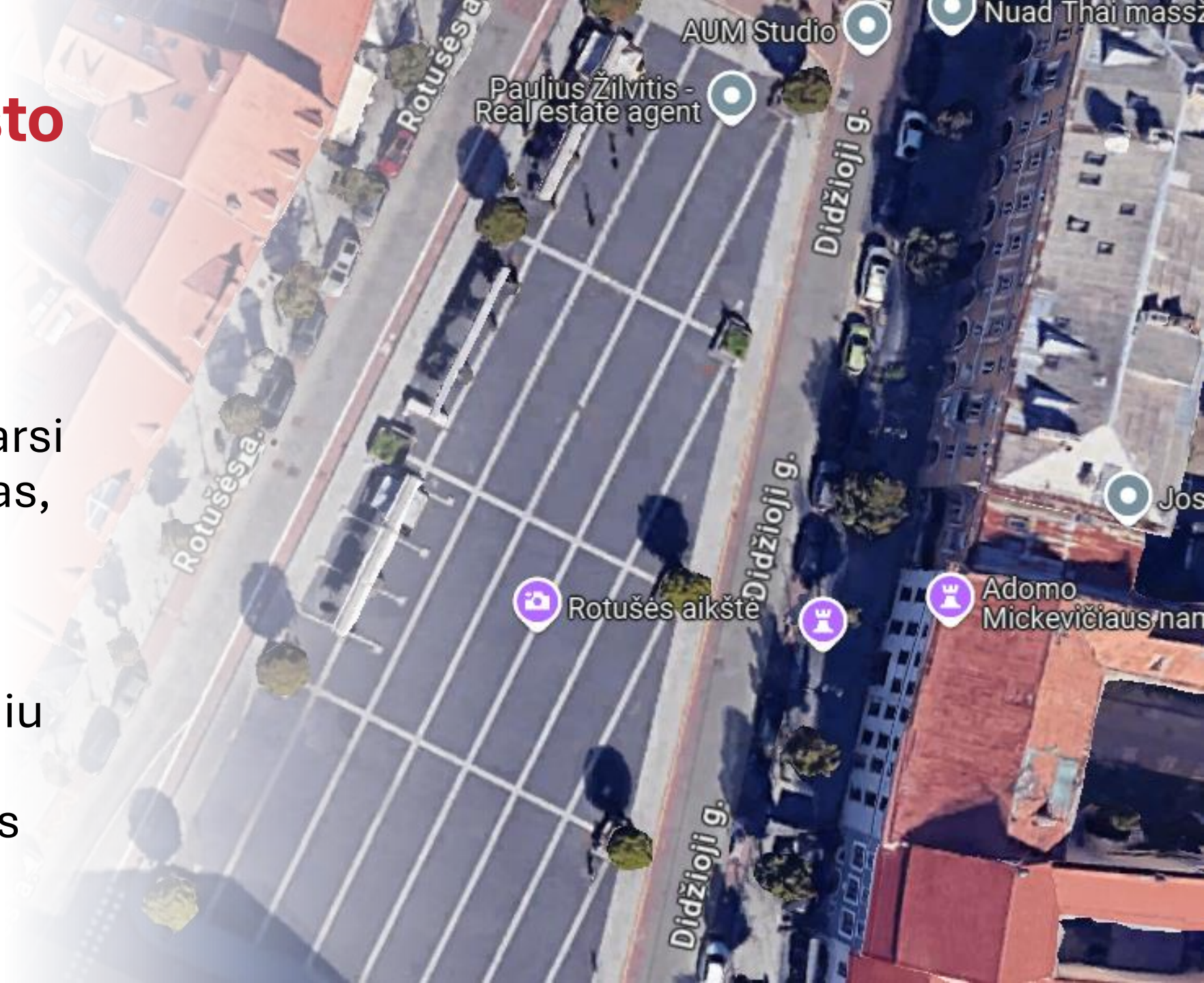
Vilniaus senamiesčio gatvės sudaro labirintą, kuriame mažesnės gatvelės šakojasi iš didesnių, panašiai kaip medžio šakos. Šis šakojimasis ir kartojimas yra būdingas fraktalams



Vilniaus miesto struktūra

Aikštės

Kiekviena aikštė senamiestyje yra tarsi miniatiūrinis centras, turintis savo gatvių tinklą ir pastatų išdėstymą. Šis kartojimas mažesniu mastu taip pat yra fraktalinis principas



Vilniaus miesto struktūra

Vartai ir įėjimai

Senamiesčio vartai ir įėjimai dažnai būna dekoruoti ornamentais, kurie kartojasi mažesniu mastu. Šis kartojimas sukuria fraktalinį efektą.





Vilniaus miesto architektūra

Gotikos architektūra

Gotikiniai pastatai, būdingi Vilniaus senamiesčiui, turi daug detalių, kurios kartojasi mažesniu mastu. Pavyzdžiui, langų arkos, kolonos, skliautai.





Vilniaus miesto architektūra

Renesanso architektūra

Renesanso pastatuose taip pat galima rasti daug fraktalinių elementų, pavyzdžiui, dekoratyvinių elementų kartojimą fasaduose.



Vilniaus miesto architektūra

Baroko architektūra

Baroko architektūra pasižymi gausia dekoracija, kurioje dažnai pasikartoja įvairūs motyvai, sudarydami fraktalinius raštus.

Neris It
4,7 ★★★★★ (471) ⓘ
Upė



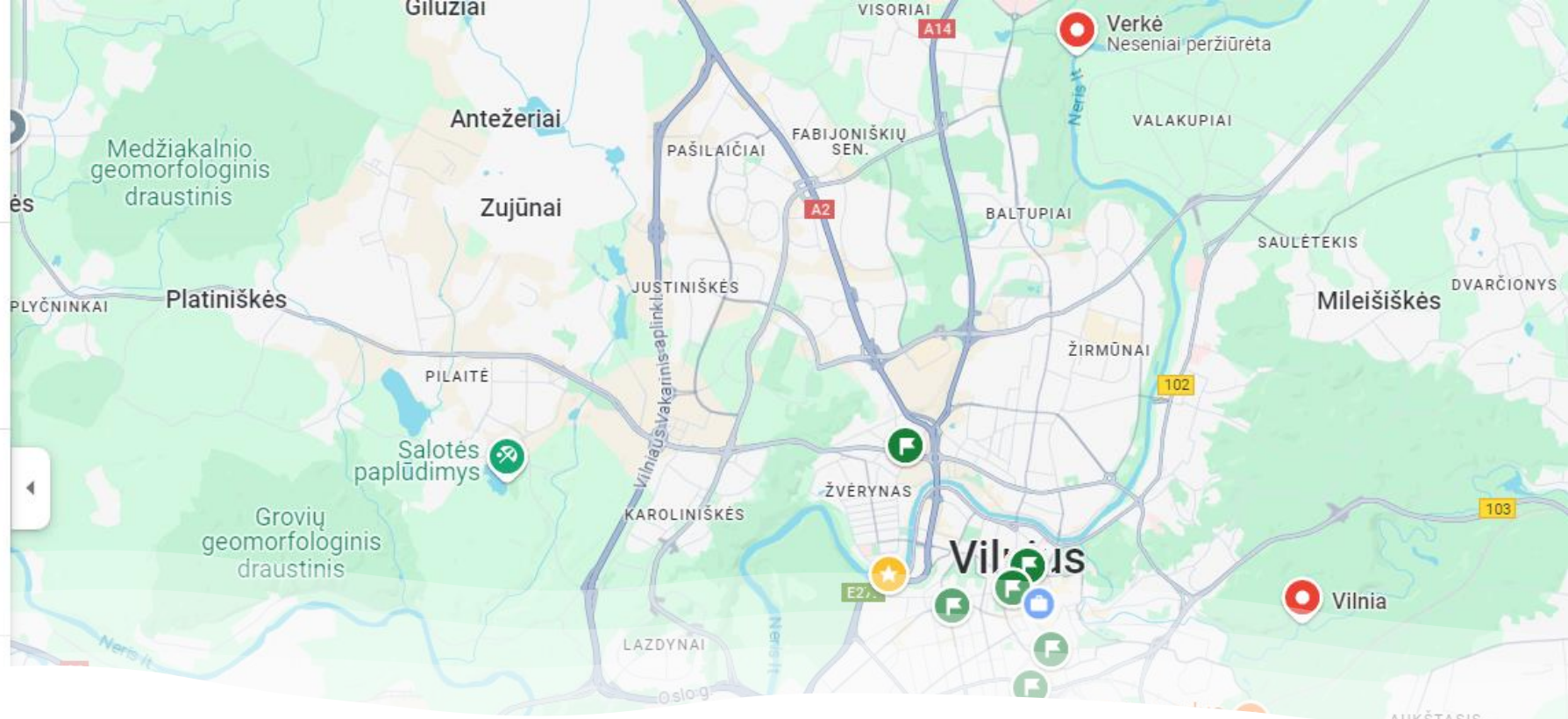
Vilnia
4,6 ★★★★★ (29) ⓘ
Upė



Verkė
3,7 ★★★★★ (3) ⓘ
vanduo



Dūkšta
★★★★★ (2) ⓘ



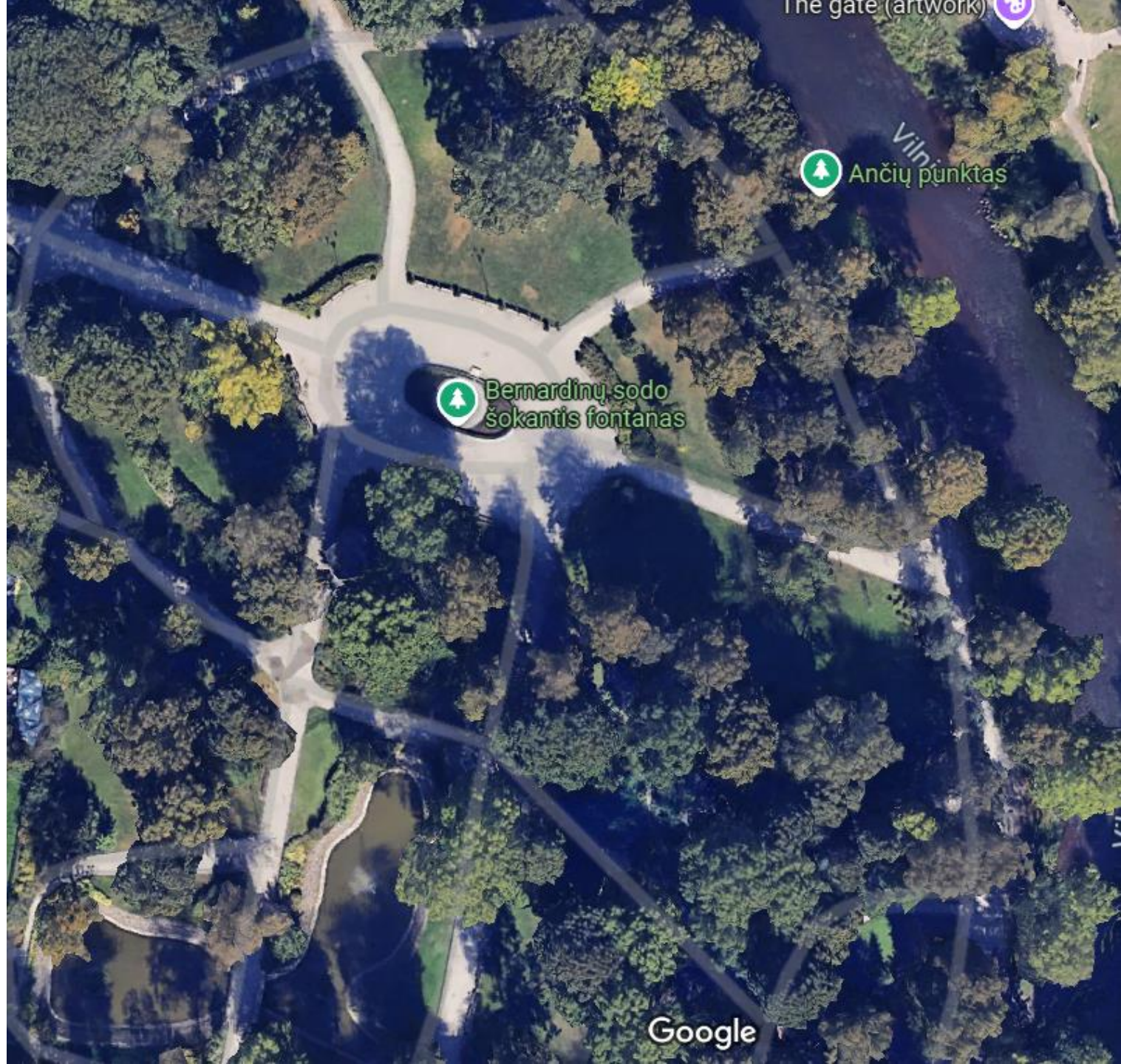
Vilniaus miesto gamta

Upės ir kanalai

Vilniaus upės ir kanalai sudaro sudėtingą tinklą, kuris šakoja ir sudaro mažesnius vandens telkinius. Šis tinklas gali būti interpretuojamas kaip fraktalinis modelis.

Vilniaus miesto gamta Parkai

Vilniaus parkai, ypač senamiesčio parkai, dažnai turi vingiuotus takus ir įvairius augalų grupuotes, kurios sukuria natūralius fraktalinius raštus.

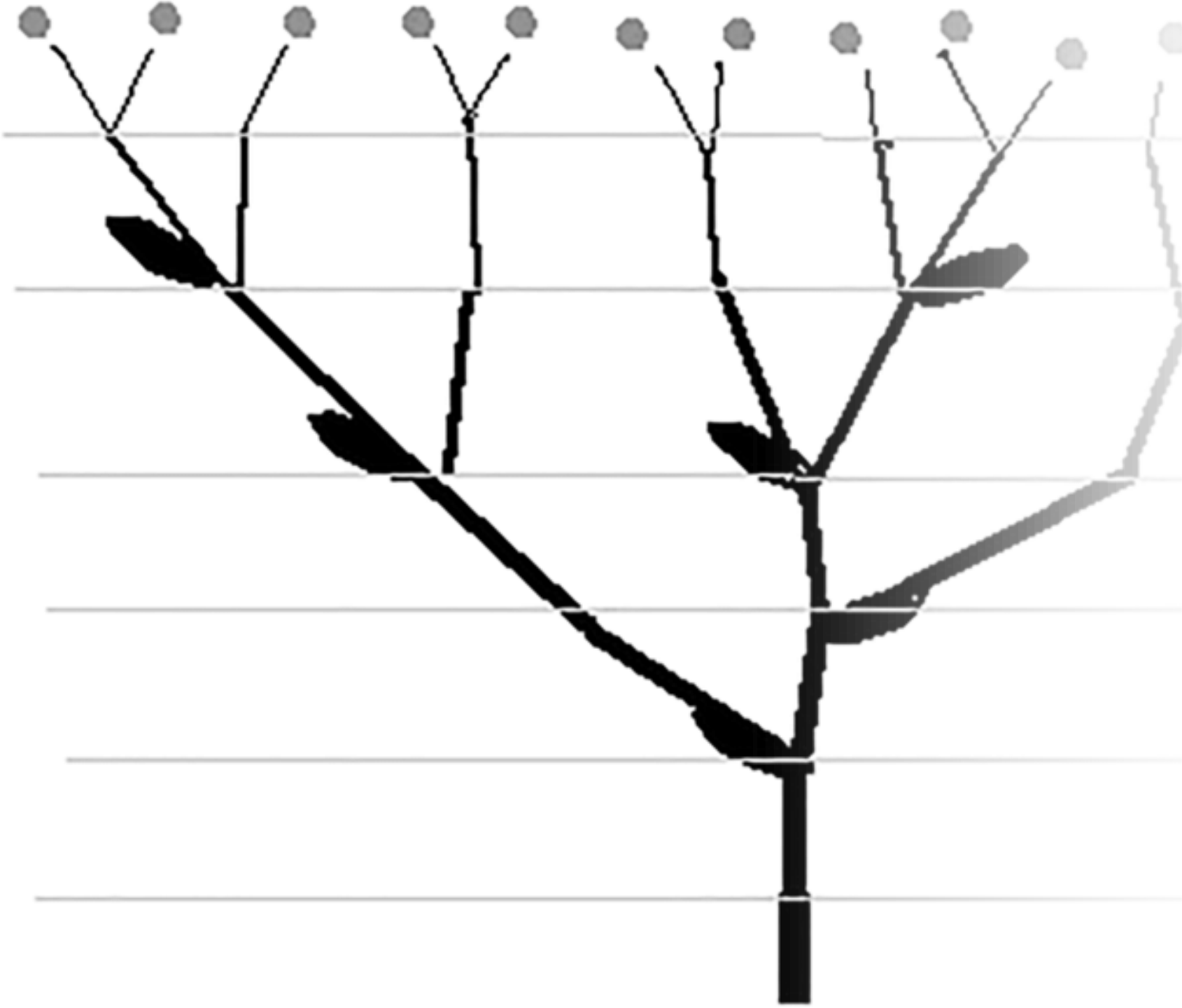


Vilniaus miesto gamta

Geologija

Vilniaus apylinkėse galima rasti įvairių geologinių darinių, kurie turi fraktalinę struktūrą, pavyzdžiui, uolienų sluoksniai ar kirstukai.





Ekskursija

Organizuojame
ekskursiją po
Vilniaus
senamiestį, kurios
metu jūs kreipsite
dėmesį į
fraktalinius
elementus

UŽDUOTIS ekskursijai

- Nusifotografuoti skirtingas Vilniaus senamiesčio detales, kuriose matosi fraktaliniai modeliai.
- Sukurti koliažą, kuriame būtų pavaizduoti įvairūs Vilniaus fraktalai.





Kūrybinė užduotis

Piešimas

Grįžus iš ekskursijos, reikės nupiešti savo Vilniaus fraktalą, įkvėpti pamatytais vaizdais.

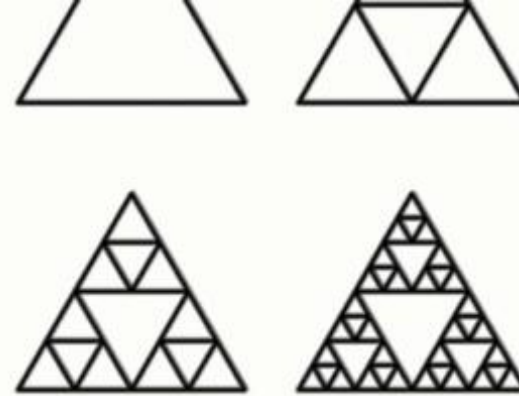
Grafinis dizainas

Naudojant kompiuterines programas, sukurti abstraktų Vilniaus miesto vaizdą, pagrįstą fraktaliniais principais.

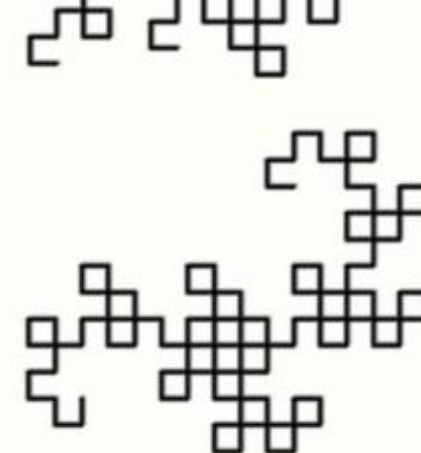
Pirmyn į ekskursiją!



Koch curve



Sirpenski triangular



Dragon curve

a Examples of mathematical fractals (Carl 1996)

